

Untersuchung zu einem Experiment von Hans Weidenbusch

Dipl. Phys. Dr. Walter Fußeder*
Dipl. Phys. Oliver Riedl†

27. Juli 2006

Zusammenfassung

Es wird ein von Hans Weidenbusch vorgeschlagenes und durchgeführtes Experiment analysiert. Es soll die Frage untersucht werden, ob und in welchem Sinn in dem Experiment der Impulserhaltungssatz gilt.

*fuusseder@gmx.de

†oliver.riedl@lrz.uni-muenchen.de

Inhaltsverzeichnis

I	Das Experiment	3
1	Bezeichnungen	3
2	Das Experiment	3
2.1	Versuchsaufbau	3
2.2	Durchführung	4
3	Verletzung des Impulserhaltungssatzes	4
II	Analyse und Diskussion	4
4	Analyse des Experiments	4
4.1	Fragestellung und Vorgehensweise	4
4.1.1	Statische Sichtweise	5
4.1.2	Phänomenologisch–dynamische Sichtweise	5
4.2	Statische Sichtweise	5
4.3	Exkurs: Energiebilanz	6
4.4	Phänomenologisch–dynamische Sichtweise	6
4.4.1	Potentielle Energie	7
4.4.2	Aufstellen der Bewegungsgleichungen	7
4.4.3	Folgerungen aus den Bewegungsgleichungen	7
5	Diskussion	9

Teil I

Das Experiment

1 Bezeichnungen

Die als ruhend und inkompressibel angenommene Flüssigkeit¹ habe die Dichte ρ . Weiter sei die Flüssigkeit als ideal angenommen, das heißt ihre Viskosität ist null. Betrachtet werden zwei Körper unterschiedlicher Dichte, deren Gesamtmasse und Gesamtvolumen gerade so groß sind, dass die beiden zu einem Körper zusammengesetzt in der Flüssigkeit schweben. Der schwerere Körper (im folgenden stets als der „**schwere Körper**“ bezeichnet) habe eine Masse m_2 und ein Volumen V_2 ; der leichtere Körper (im folgenden der „**leichte Körper**“) habe eine Masse m_1 und ein Volumen V_1 . Zusammengefaßt:

- schwerer Körper: Masse m_2 , Volumen V_2
- leichter Körper: Masse m_1 , Volumen V_1 .

Und es gilt

$$\frac{m_1}{V_1} < \frac{m_2}{V_2} \quad \text{und} \quad \rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}. \quad (1)$$

Die Massen der vom schweren beziehungsweise leichten Körper verdrängten Flüssigkeit werden mit M_2 beziehungsweise M_1 bezeichnet. Betrachtet werden nur Bewegungen in Richtung der Erdbeschleunigung (hier die z -Achse), wobei die Orientierung der zugehörigen Koordinatenachse *entgegen* der Richtung der Erdbeschleunigung ist. Die Koordinaten der Schwerpunkte der beiden Körper seien mit z_2 und z_1 bezeichnet.

2 Das Experiment

2.1 Versuchsaufbau

Hans Weidenbusch hat folgendes Experiment vorgeschlagen: Die beiden Körper sind während des gesamten Experiments vollständig in die Flüssigkeit eingetaucht. Zu Beginn seien beide Körper in Ruhe. Der schwere Körper befinde sich *unterhalb* des leichten Körpers, nach einer Zeitspanne T sind die Positionen getauscht, das es heißt, es gibt $a < b$ mit

$$\text{schwerer Körper: } z_2(0) = a, \quad z_2(T) = b; \quad (2)$$

$$\text{leichter Körper: } z_1(0) = b, \quad z_1(T) = a. \quad (3)$$

(Daß die beiden Körper — da sie sich nicht durchdringen können —, auch Bewegungen in x - und y -Richtung ausführen müssen, ist für die Analyse unerheblich.) Auch nach der Zeitspanne T seien beide Körper wieder in Ruhe.

¹Sämtliche folgenden Ausführungen haben auch Gültigkeit, wenn die Flüssigkeit (bei hinreichend kleiner Viskosität) durch ein Gas ersetzt wird, es kommt hier nur auf die Wirkung der Auftriebskraft an. Die experimentelle Realisierung ist dann aber sehr viel schwieriger.

Die Energie, die benötigt wird, um den schweren Körper hochzuheben und den leichten Körper tiefer einzutauchen werde etwa durch eine Feder aufgebracht.

Besonders einfach wird das Gedankenexperiment in dem Spezialfall, dass $V_1 = V_2$ und folglich $M_1 = M_2$ (beide Körper verdrängen die gleiche Masse an Flüssigkeit). Alle relevanten Aspekte des Gedankenexperimentes können in diesem (alle Formeln sehr vereinfachenden) Spezialfall behandelt werden.

2.2 Durchführung

Das Experiment wurde von Hans Weidenbusch durchgeführt.

Die Flüssigkeit war Wasser, die beiden Volumina $V_1 = V_2$ betrugen ca $0,5 \text{ dm}^3$. Zusammengezogen wurden die beiden Körper von einem Motor, der sich während des Experiments mit einer Geschwindigkeit von weniger als 1 cm/s bewegte. Die Geschwindigkeit der beiden Körper betrug etwa 10 cm/s .

Die gesamte Anordnung wurde auf eine Waage gestellt. Während die Massen durch den Motor zusammengezogen wurden, ergab sich auf dieser Waage — bei einer Genauigkeit von circa $1/100 \text{ g}$ — keinerlei Ausschlag.

3 Verletzung des Impulserhaltungssatzes

Das Experiment von Hans Weidenbusch stellt eine ernsthafte Herausforderung an den Impulserhaltungssatz dar:

Dadurch dass die beiden Körper insgesamt nur ihre Plätze tauschen, ist im Fall $V_1 = V_2$ die Flüssigkeit im Anfangs- und Endzustand unverändert. Hingegen wurde durch die Verschiebung der beiden Körper insgesamt Masse angehoben. Im Anfangs- und Endzustand ist der Gesamtimpuls zweifelsohne null, da alle Geschwindigkeiten null sind. Da aber Masse angehoben wurde, muss für Zwischenzustände der Gesamtimpuls (der Flüssigkeit und der beiden eingetauchten Körper) echt positiv gewesen sein.

Geschieht aber das Anheben der Masse, *ohne* dass es einen Rückstoß auf die Unterlage gibt, ist dies ein Widerspruch zur Aussage, dass sich durch *innere* Kräfte der Schwerpunkt nicht beschleunigen läßt.

Die ausführliche Analyse und Diskussion dieses Widerspruchs erfolgt im zweiten Teil.

Teil II

Analyse und Diskussion

4 Analyse des Experiments

4.1 Fragestellung und Vorgehensweise

Bevor die Frage beantwortet werden kann, ist es nötig zu klären, *wie* eine **Flüssigkeit** modelliert werden soll. Hier sind verschiedene Beschreibungen möglich, etwa rein mechanisch, indem nur die Auftriebskraft berechnet wird, oder

eine kontinuums-mechanische Beschreibung mit Hilfe der Gleichungen der Hydrodynamik oder eine atomare Beschreibung, die sogar die Brownsche Bewegung einschließt.

Hier werden zwei Modelle untersucht (die unten genauer beschrieben werden):

1. statische Sichtweise
2. phänomenologisch-dynamische Sichtweise

4.1.1 Statische Sichtweise

In der statischen Sichtweise wird nur untersucht, ob ein Körper im Gleichgewicht ist (die Summe aller angreifenden Kräfte ergibt null), oder im Nichtgleichgewicht (die Summe aller angreifenden Kräfte ist ungleich null). *Wie* sich der Körper unter dem Einfluß einer resultierenden Kraft bewegt, wird nicht untersucht.

Diese Sichtweise reicht zum Beispiel dazu aus, um für das Gedankenexperiment die Energieerhaltung nachzuweisen (siehe unten).

4.1.2 Phänomenologisch-dynamische Sichtweise

In der phänomenologisch-dynamischen Sichtweise versucht man zusätzlich, den Impuls eines Körpers zu definieren, der sich in der Flüssigkeit bewegt. Der Zusatz *phänomenologisch* soll andeuten, dass damit Strömungsvorgänge nicht richtig wiedergegeben werden können.

4.2 Statische Sichtweise

Da die beiden Körper — zu einem Körper zusammengesetzt — nach Gleichung (1) in der Flüssigkeit schweben, gilt

$$m_1 + m_2 = \rho(V_1 + V_2) = M_1 + M_2, \quad \text{oder} \quad (4)$$

$$m_2 - M_2 = M_1 - m_1. \quad (5)$$

Auf beide Körper wirken die Gewichtskraft $-mg$ und die Auftriebskraft Mg . Um die beiden Körper im Anfangszustand in Ruhe zu halten, muss der schwere Körper mit der Kraft

$$F_Z = (m_2 - M_2)g \quad (6)$$

nach oben gezogen werden, der leichte Körper mit einer Kraft vom Betrag

$$F_D = (M_1 - m_1)g \quad (7)$$

nach unten gedrückt werden. Aus Gleichung (5) folgt also, dass diese Zug- und Druckkraft dem Betrag nach gleich groß aber entgegengesetzt gerichtet sein müssen.

Werden die beiden Körper nun durch eine Feder, die *nur* an diesen Körpern angreift, aus dem Gleichgewicht gebracht, so sind — unabhängig davon wie

groß die Kraft der Feder und ob sie die Körper beschleunigt oder bremst — die an den beiden Körpern angreifenden resultierenden Kräfte wieder dem Betrag nach gleich groß aber entgegengesetzt gerichtet.

Weiter folgt, dass durch die Wirkung der Feder keine zusätzliche Kraft auf den Boden ausgeübt wird: Jede Zugkraft F_Z , die am schweren Körper nach oben zieht, entlastet den Boden um den Betrag von F_Z und jede Druckkraft F_D , die auf den leichten Körper nach unten drückt, bewirkt eine zusätzliche Druckkraft vom Betrag F_D auf den Boden.

Fazit: Die statischen Sichtweise des Gedankenexperimentes zeigt, dass durch die Wirkung der Feder keine zusätzliche Kraft auf den Boden ausgeübt wird.

4.3 Exkurs: Energiebilanz

Welche Arbeit muss die Feder verrichten, um den schweren Körper von a nach b anzuheben und gleichzeitig den leichten Körper von b nach a abzusenken?

Unter dem alleinigen Einfluß von Gewichtskraft und Auftriebskraft würde der schwere Körper nach unten fallen, der leichte Körper nach oben steigen. Um sie im Gleichgewicht zu halten, sind wie oben berechnet die Zug- und Druckkraft

$$F_Z = (m_2 - M_2)g \quad \text{und} \quad (8)$$

$$F_D = (M_1 - m_1)g \quad (9)$$

erforderlich. Die von der Feder an den Körpern verrichtete Arbeit beträgt somit:

$$W = F_Z(b - a) + F_D(b - a). \quad (10)$$

Im Spezialfall $V_1 = V_2$ ergibt sich

$$W = (m_2 - m_1)g(b - a), \quad (11)$$

was sich leicht interpretieren läßt: der schwere Körper wurde von a nach b angehoben, der leichte Körper von b nach a abgesenkt. Die Flüssigkeitsmengen $M_1 = M_2$ kommen in W *nicht* vor, da insgesamt keine Flüssigkeit bewegt wurde.

Weiter sieht man an Gleichung (11) sofort, dass mit dem Austausch der beiden Körper kein *perpetuum mobile* konstruiert werden kann: Die Arbeit W muss auch aufgewendet werden, wenn man die beiden Körper außerhalb der Flüssigkeit anhebt beziehungsweise absenkt. Und die Arbeiten, die gegen den beziehungsweise vom hydrostatischen Druck beim Einbringen beziehungsweise Herausnehmen der Körper in/aus der Flüssigkeit verrichtet werden, sind gleich groß.

4.4 Phänomenologisch–dynamische Sichtweise

Es soll jetzt versucht werden, ein Modell zu finden, in dem die Bewegung der Körper *und* der Flüssigkeit beschrieben werden kann. Allerdings bleibt die Beschreibung noch **phänomenologisch**, da die *Strömung* der Flüssigkeit noch nicht wiedergegeben wird, sondern nur eine summarische Beschreibung der verdrängten Flüssigkeit angestrebt wird.

4.4.1 Potentielle Energie

Es soll kurz die Überlegung aus dem Exkurs zur Energiebilanz aufgenommen werden: Dort wurde die Arbeit berechnet, um einen Körper in der Flüssigkeit anzuheben beziehungsweise abzusenken. Damit ist aber — bis auf eine hier irrelevante additive Konstante E_0 — die potentielle Energie eines in die Flüssigkeit eingetauchten Körpers gegeben:

$$E_{\text{pot}} = mgh - Mgh + E_0. \quad (12)$$

Der erste Summand beschreibt die potentielle Energie des eingetauchten Körpers, der zweite die potentielle Energie der Flüssigkeit, die ein negatives Vorzeichen trägt, da beim *Hochheben* des Körpers die Flüssigkeit *abgesenkt* wird.

4.4.2 Aufstellen der Bewegungsgleichungen

Die träge Masse eines Körpers der Masse m , der eine Flüssigkeit M verdrängt, ist der Betrag der scheinbaren Masse $|m - M|$. (Die *vorzeichenbehaftete* scheinbare Masse als träge Masse anzunehmen ist nicht sinnvoll, da man dann konsequenterweise dem leichten Körper eine *negative* kinetische Energie zuordnen müßte.) Folglich gilt für die Bewegung der beiden Körper unter dem Einfluß der Schwer- und Auftriebskraft sowie der Feder, die mit identischem Betrag F auf die beiden Körper wirkt:

$$\dot{p}_1 = |m_1 - M_1|\ddot{z}_1 = -m_1g + M_1g + F \quad (13)$$

$$\dot{p}_2 = |m_2 - M_2|\ddot{z}_2 = -m_2g + M_2g - F. \quad (14)$$

Spezialfälle:

- Für $F = 0$ bewegt sich der leichte Körper gleichförmig beschleunigt mit $\ddot{z}_1 = g$ nach oben und der schwere Körper gleichförmig beschleunigt mit $\ddot{z}_2 = -g$ nach unten.
- Beide Körper sind in Ruhe oder bewegen sich mit konstanter Geschwindigkeit, wenn die Federkraft genau die scheinbare Gewichtskraft kompensiert:

$$m_1g - M_1g = F = M_2g - m_2g. \quad (15)$$

4.4.3 Folgerungen aus den Bewegungsgleichungen

1. Rückstoß auf den Boden:

Addiert man die Impulse der beiden Körper, erhält man 0:

$$\dot{p}_1 + \dot{p}_2 = -m_1g + M_1g - m_2g + M_2g + F - F = 0, \quad (16)$$

da die mittlere Dichte der beiden Körper mit der Dichte der Flüssigkeit übereinstimmt und die Feder mit einer Kraft von gleichem Betrag an beiden Körpern zieht.

Mit anderen Worten: Nicht nur die Wirkung der Feder sondern sogar die Wirkung der Gravitationskraft ist in diesem Fall identisch mit der Wirkung von inneren Kräften zwischen den beiden Körpern. Es ist also nicht nötig, eine Bewegungsgleichung für die Erde aufzustellen. Denn obwohl sie in Wechselwirkung mit den beiden Körpern ist, ist hier schon der Gesamtimpuls des Teilsystems „zwei Körper in einer Flüssigkeit“ eine Erhaltungsgröße. Es wirkt also während die anfangs ruhenden Körper bewegt werden keine zusätzliche Kraft auf den Boden des Gefäßes und der Impuls der Erde bleibt unverändert. (Es sei aber nochmal betont, dass dies nur für $m_1 + m_2 = M_1 + M_2$ gilt.)

2. Schwerpunkt:

Berechnet man die Schwerpunktskoordinate S_z der Anordnung mit

$$S_z = \frac{\int z \rho dV}{\int \rho dV}, \quad (17)$$

so erhält man

$$S_z = \frac{(m_1 - M_1)z_1 + (m_2 - M_2)z_2 + m_{Fl}z_0}{m_1 + m_2 + m_{Fl}}, \quad (18)$$

wobei m_{Fl} die Gesamtmasse der Flüssigkeit ist, deren Schwerpunkt z_0 während des Experimentes unverändert bleibt. Für die Beschleunigung von S_z ergibt sich mit Hilfe der Bewegungsgleichungen:

$$\ddot{S}_z = \frac{-\dot{p}_1 + \dot{p}_2}{m_1 + m_2 + m_{Fl}} = \frac{(m_1 - m_2)g - 2F}{m_1 + m_2 + m_{Fl}}, \quad (19)$$

welche im Allgemeinen ungleich null ist, obwohl der Gesamtimpuls erhalten ist.

Im Spezialfall ruhender oder gleichförmig bewegter Massen ist $\ddot{S}_z = 0$.

3. Scheinbarer Schwerpunkt:

Definiert man den Schwerpunkt nicht nach Gleichung (17), sondern mit den trägen scheinbaren Massen (wie in den Bewegungsgleichungen (13) und (14)) der beteiligten Körper, so erhält man anstelle Gleichung (18)

$$Z = \frac{|m_1 - M_1|z_1 + |m_2 - M_2|z_2}{|m_1 - M_1| + |m_2 - M_2|}. \quad (20)$$

(Die Masse der Flüssigkeit erscheint in Z nicht mehr, da ihre träge Masse null ist.) Dieser Schwerpunkt Z werde als der **scheinbare Schwerpunkt** bezeichnet. Für dessen Beschleunigung gilt nach den Bewegungsgleichungen:

$$\ddot{Z} = \frac{\dot{p}_1 + \dot{p}_2}{|m_1 - M_1| + |m_2 - M_2|} = 0. \quad (21)$$

Der scheinbare Schwerpunkt bleibt also während des Versuchs unverändert.

5 Diskussion

Das Experiment von Hans Weidenbusch und obige theoretische Analyse werfen mehrere Fragen auf, die nach Ansicht der Autoren noch nicht beantwortet sind und mit den hier verwendeten Methoden auch nicht beantwortet werden können.

1. Selbstverständlich stellt sich die Frage, ob sich das Experiment reproduzieren läßt, wobei es wünschenswert wäre quantitative Aussagen über die Größe der Beschleunigungen und nicht nur der Geschwindigkeiten zu haben, denn durch die Reibungskräfte werden sehr schnell alle Bewegungen gleichförmig — eine Widerlegung des Impulserhaltungssatzes ist aber bei konstanten Geschwindigkeiten nicht möglich.
2. Offensichtlich wird in dem Experiment keine zusätzliche Kraft auf den Boden ausgeübt (was sowohl die Durchführung als auch die theoretische Analyse zeigen), dennoch wird der durch Gleichung (17) definierte Schwerpunkt angehoben.
3. Wie ist zu erklären, dass der Schwerpunkt (17) angehoben wird, aber der Gesamtimpuls erhalten bleibt?
4. Warum ergibt sich dieser Widerspruch nicht für den scheinbaren Schwerpunkt (20)? Dazu muss folgendes berücksichtigt werden: Der Schwerpunkt S_z nach Gleichung (17) wird mit den schweren Massen aller beteiligter Körper berechnet. Der scheinbare Schwerpunkt Z nach Gleichung (20) wird hingegen mit den trägen Massen, die in die Flüssigkeit eingetaucht sind, berechnet. Wie die Bewegungsgleichungen zeigen sind die mit den schweren Massen berechneten Impulse dynamisch *nicht* relevant. Vom phänomenologisch-dynamischen Standpunkt aus ist daher die Beschleunigung des Schwerpunktes (17) nicht maßgeblich für die Frage, ob das Experiment den Impulserhaltungssatz widerlegt.
5. Könnten diese Fragen im Rahmen der phänomenologischen Sichtweise geklärt werden oder ist für eine endgültige Klärung eine hydrodynamische Analyse des Experimentes nötig?² In der phänomenologischen Sichtweise wird übergangen, dass jede Bewegung der Körper instantan ein Strömungsprofil der Flüssigkeit erzeugt, das sogar die *gesamte* Flüssigkeit in Bewegung versetzt. Zudem hängt das Geschwindigkeitsprofil von der Größe des Gefäßes ab. Leider ist den Autoren nicht bekannt, wie die hydrodynamischen Gleichungen zu diesem Problem zu lösen sind und ob überhaupt Lösungen existieren. Zu untersuchen wäre:
6. Gibt es in der Beschleunigungsphase der beiden Körper eine zusätzliche Kraft auf den Boden?
7. Sind Impulserhaltung und Konstanz des Schwerpunktes in der hydrodynamischen Sichtweise gleichwertig?

²Anregungen sind erwünscht!

8. Und vor allem könnte die hydrodynamische Sichtweise vielleicht die entscheidenden Fragen klären: Ist der durch

$$p = |m - M|v \tag{22}$$

definierte Impuls tatsächlich geeignet für eine phänomenologische Beschreibung der Bewegung der Körper in der Flüssigkeit? Und welche Schwerpunktsdefinition ist dem Problem angemessen?